

Realidade Aumentada no Processo de Ensino-Aprendizagem dos Poliedros e suas Construções Geométricas: Uma Proposta de *design* de Conteúdo Imersivo

Rafael Ferraz Romeiro¹, Romero Tori², Bruno Harllen Pontes da Silva³

Resumo

O processo de ensino-aprendizagem referente aos poliedros denota como seu maior desafio a visualização em 3D (três dimensões) desses sólidos geométricos. Métodos como desenhos em 2D (duas dimensões) na lousa e/ou a construção de maquetes ou dobraduras que representem esses objetos podem gerar restrições aos alunos como, por exemplo, não consolidar o pensamento geométrico. Pensando nisso este trabalho apresenta um design de conteúdo educacional, utilizando o Modelo ADDIE, acrograma em inglês das etapas de elaboração: Análise, Desenho, Desenvolvimento, Implementação e Avaliação, por meio de uma proposta imersiva, baseado na utilização de Realidade Aumentada (RA) para o ensino de Poliedros e suas Construções Geométricas.

Abstract

The teaching-learning process related to polyhedra denotes as its greatest challenge the visualization in 3D (three dimensions) of these geometric solids. Methods such as 2D drawings (two dimensions) on the blackboard or the construction of models or folds that represent these objects may present restrictions to students, such as, for example, not consolidating geometric thinking. With this in mind, this work presents an educational content design, using the ADDIE Model, an acrogram in English of the elaboration stages: Analysis, Design, Development, Implementation and Evaluation, through an immersive proposal, based on the use of Augmented Reality (AR) for teaching Polyhedra and its Geometric Constructions

¹Pós-Graduando(a) em Computação Aplicada à Educação, USP, rafasgt@usp.br.

²Orientador1, USP, tori@usp.br.

³Orientador2, USP, brunoharllen@usp.br

1. Introdução

A matemática, durante anos, tem sido vista, sistematicamente, como um objeto de conhecimento inalterável, exato e verdadeiro, o qual deve ser adquirido pelo aluno durante sua vida acadêmica. Porém, a realidade da matemática é maior que essa: ela é uma ciência viva e presente em tudo que nos cerca no cotidiano, na pesquisa e no desenvolvimento. É uma ciência extremamente abrangente e rica, pertencente a muitos processos e que acompanha a evolução do educando durante toda a sua vida acadêmica [RIGONATTO 2020].

Dentro do contexto do ensino fundamental, a matemática é de suma importância para que o aluno possa ter uma base firme para superar os desafios acadêmicos na sequência de sua vida e criar um senso crítico. Como consequência disso, deve-se desenvolver aspectos cognitivos importantes como pensamentos lógico e geométrico, adaptabilidade para solução de problemas e criação de argumentos assertivos para suas respostas. [PIAGET 1973].

Portanto, a execução de um processo sólido e objetivo de ensino-aprendizagem da matemática, no ensino fundamental, é muito valioso para que o educando cresça e se aprimore, não somente no universo dos números e formas geométricas, mas também na sua percepção cognitiva no mundo real. Para contribuir com isso, a utilização de tecnologias é uma alternativa viável para a construção do saber para os educandos, através de novas experiências, com a possibilidade de colocá-lo no centro do experimento.

Dentro do contexto do ensino de geometria, principalmente em relação aos sólidos geométricos, foco deste trabalho, existe a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que fortemente recomenda que os alunos devem ser estimulados a:

“Descrever e representar, por meio de esboços de trajetórias ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com base em diferentes pontos de referência.” [BRASIL 2017].

“Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.” [BRASIL 2017]

Todavia, muitas vezes, tais recomendações não são aplicadas com êxito em uma sala de aula, perante a grande dificuldade dos alunos de visualizarem e manipularem os objetos tridimensionais em ambientes bidimensionais e dos professores de criarem alternativas viáveis para que isso ocorra. Inclusive, esse grande entrave de conteúdo prossegue durante o ensino médio, no qual o conhecimento não é solidificado e os alunos acabam avançando com grandes dificuldades.

Mesmo que, durante a aula, utilizem caixas, recortes, imagens em papel bidimensional, ou seja, alguma forma de arte, existem alguns entraves a serem enfrentados. Um deles é a transição da representação plana para a tridimensional e vice-versa, pois, nessas alternativas, é mais trabalhoso e inviável transitar diversas vezes entre essas representações por questão de resistência dos materiais e, até mesmo, habilidades motoras dos alunos na manipulação.

Uma forma de se apresentar um cenário amplo que poderá ser explorado para a construção do saber, é unir o ensino com ferramentas de tecnologia, levando em conta que: “*ensinar não é transferir conhecimento, mas sim criar possibilidades para sua própria produção ou sua construção*” [FREIRE 1996].

Partindo da premissa de [FREIRE 1996] e considerando a visualização como um aspecto importante no campo da geometria dos sólidos para a criação do pensamento geométrico, conforme descrito do Modelo de Van Hiele [NASSER 1992], o projeto tem como o objetivo central criar um ambiente imersivo, através da utilização de um aplicativo de Realidade Aumentada (RA). Desta forma o intuito é que o aluno tenha maior autonomia para atingir os seus objetivos educacionais, previstos na taxonomia de Bloom [ANDERSON 2001], e que consiga maximizar a visualização dos poliedros e de suas construções geométricas.

2. Metodologia

Este trabalho apresenta um contexto de ensino-aprendizagem de matemática, baseado no conteúdo de geometria dos sólidos, mais precisamente em relação aos poliedros e as dificuldades de visualização e construção do pensamento geométrico dos alunos do ensino fundamental II.

Para isso, foi realizada uma revisão da literatura, apoiada em livros e artigos científicos, sobre as dificuldades de aprendizado dos alunos do ensino fundamental II em relação ao conteúdo de geometria dos sólidos e sobre o processo de construção do pensamento geométrico, apoiado no modelo de Van Hiele, cujo ponto de partida é a visualização.

Em seguida, foi apresentada uma forma de impactar positivamente o processo de ensino-aprendizagem, através da tecnologia, do conteúdo referente aos sólidos geométricos. Para esse fim, foi realizada nova revisão da literatura, em livros, sites e artigos científicos para reunir informações sobre recursos tecnológicos que apresentassem características importantes para auxiliar na construção do pensamento geométrico, em nível de visualização, de forma mais sólida. A realidade aumentada surgiu como alternativa viável e com potencial de permitir aos alunos investigarem os poliedros através da manipulação de objetos virtuais tridimensionais, por meio de um aplicativo que possibilitasse maior liberdade e melhor visualização, solidificando o primeiro nível da construção desse pensamento geométrico.

Com base na revisão citada anteriormente, este autor escolheu, como aplicativo, o MatemáticaAR pela sua robustez e por possibilitar ao aluno visualizar todos os sólidos geométricos definidos como conteúdo na [BNCC 2017]. O produto ofertado permite rotações em 360°, decompor em planificações e a fácil utilização de marcadores para gerar os sólidos geométricos virtuais em superfícies reais.

Já para organizar a oferta do conteúdo educacional proposta neste projeto, foi utilizada a Metodologia ADDIE para a construção de um Design de Conteúdo Educacional [FILATRO 2017], pois, no contexto de ensino-aprendizagem, esse modelo para desenho instrucional é um poderoso recurso para planejar e garantir o desenvolvimento das atividades com coerência e de forma sistematizada. Ela foi

aplicada na construção do design instrucional de um conteúdo, do ambiente e no compartilhamento do saber, no contexto de sala de aula, para os alunos do 6º/7º anos do Ensino Fundamental II, até a sua etapa de design. As demais etapas da metodologia foram sugeridas para utilização em momentos futuros.

3. Contextualização do Ensino-Aprendizagem de Poliedros

3.1. O conteúdo base: Poliedros

Basicamente, poliedros são sólidos geométricos formados pela união de polígonos regulares com todos os ângulos congruentes. Essa união que forma os poliedros apresentam elementos que são vértices, arestas e faces, conforme mostrados na imagem 3.1.1.

- vértices : pontos de encontro das arestas;
- arestas : linhas resultantes do encontro de duas faces; e
- faces : superfície plana do sólido geométrico

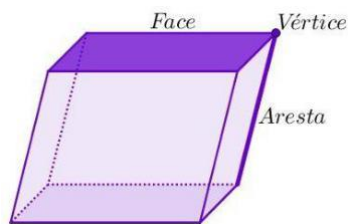


Figura 3.1.1 Poliedro Geométrico [MOREIRA 2017]

Partindo da básica definição sobre poliedros, pode-se afirmar que, dentro desse conteúdo: *“o pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não, simplesmente, por suas partes ou propriedades”* [BRASIL 1998].

Portanto, a visualização é um dos principais aspectos com a finalidade de que o processo de ensino-aprendizagem do educando torne-se satisfatório, sólido e eficaz, dentro de uma proposta de construção do pensamento geométrico.

3.2. O modelo de pensamento geométrico de Van Hiele

Tomando como base o Modelo de Van Hiele [NASSER 1992], em relação ao pensamento geométrico, os alunos evoluem em uma sequência hierárquica de cinco níveis, conforme a tabela 3.2.1:

Tabela 3.2.1 Legenda de Tabela

Modelo de Van Hiele - Pensamento Geométrico				
Visualização	Análise	Abstração	Dedução	Rigor

A fase da visualização é importante, pois é nesse nível que o educando compreende as figuras geométricas como um todo, inserindo-a em um contexto do

cotidiano, através de sua aparência ou comparação com outros objetos. É a fase inicial do entendimento e tem que ser satisfatória para poder prosseguir para os próximos níveis.

Já no nível da análise, o estudante discute em relação aos elementos e propriedades das figuras geométricas, gerando questionamento e um aprofundamento em partes como ângulos, arestas, vértices, lados paralelos, entre outros tópicos importantes dentro da geometria.

O próximo passo é a abstração, onde o aluno já tem opinião concreta sobre a figura geométrica, a qual ele é capaz de descrever, enunciar e determinar aspectos suficientemente consistentes para um entendimento formal, além de ocorrer a solidificação da base do pensamento geométrico.

Na dedução, o educando tem grande poder cognitivo de entender teoremas, axiomas, postulados, podendo realizar demonstrações dentro de contextos complexos ou sistemas matemáticos completos. Nessa fase, o estudante se encontra preparado para amadurecer o pensamento geométrico e ratificar o aprendizado sobre o assunto.

Por fim, no nível do rigor, o aluno consegue gerar o pensamento geométrico através de comparações entre sistemas matemáticos e/ou teoremas, além de não necessitar, explicitamente, de elementos concretos para a consolidação da aprendizagem.

Como ocorre na grande maioria dos modelos de ensino-aprendizagem, o estudante precisa percorrer a hierarquia de níveis com êxito. Para chegar ao próximo nível, o educando deve cumprir um nível antecedente com qualidade e eficácia.

3.3. A relação entre a dificuldade da visualização de poliedros e a Realidade Aumentada

Conforme abordado na seção 3.2 deste trabalho, o nível de visualização é muito importante, de acordo com o Modelo de Van Hiele, para a construção do pensamento geométrico. É nessa fase que o aluno investiga, através da visão, os objetos tridimensionais, com o intuito de perceber características desses sólidos geométricos [NASSER 1992].

A partir da importância desse sentido humano, foram realizadas diversas pesquisas na área. Uma delas, conforme [CARVALHO 2011], foi um levantamento científico sobre as ações tomadas pelo docente de Matemática e pela classe representada por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental II, ao lidarem diretamente com a resolução de problemas e desafios relacionados ao assunto de Geometria Espacial, em um cenário caracterizado por um âmbito dinâmico e interativo, a qual gerou a seguinte proposição:

“o uso da informática na educação proporcionou, através do desenvolvimento de softwares, a visualização de imagens virtuais, possibilitando ao aluno comparar a imagem mental que ele possui de um determinado objeto, com a imagem virtual do mesmo”

[CARVALHO 2011].

Outra pesquisa interessante foi realizada por Rodrigues (2011), que levantou questões importantes em relação aos problemas e adversidades que os alunos esbarraram ao procederem a visualização de um corpo tridimensional ao ser desenhado em uma superfície bidimensional: foram apresentadas diversas intervenções e exercícios relacionados à Geometria Espacial para estudantes tanto do Ensino Fundamental, quanto de licenciatura em Matemática. Os efeitos mostraram que os estudantes do nível superior apresentaram dificuldades semelhantes aos alunos do ensino fundamental na compreensão e interpretação da representação gráfica em perspectiva.

Ao relacionar a pesquisa de Rodrigues (2011) e Carvalho (2011), pode-se entender que a visualização de objetos sólidos beneficiaria os alunos de forma muito significativa, através da tecnologia, elevando o potencial de aprendizado no ensino fundamental.

Outra investigação interessante foi realizada por Bortolossi (2009) que, em sua pesquisa, constatou que a visualização é uma das competências mais significativas para o aprimoramento do estudante em relação aos conceitos apresentados dentro do conteúdo de geometria espacial. Porém, um docente tradicional tem e utiliza apenas o livro com textos como ferramenta didática para o ensino deste assunto, na maioria das vezes, não sendo, necessariamente, ferramentas efetivas e adequadas para se treinar visualização com objetos tridimensionais.

Visto que é uma dificuldade real dos alunos, frente ao sólido geométrico, a sua visualização, Tori e Hounsell (2019), apresentam a Realidade Aumentada (RA) como uma excelente forma de possibilitar que os alunos manipulem objetos virtuais tridimensionais, utilizando rotações, por exemplo.

A RA é uma tecnologia que vem sendo amplamente difundida em várias áreas do conhecimento humano. Ela está presente no meio acadêmico, no marketing, na educação, na saúde, entre outras áreas importantes no mundo [ANDRION 2019].

Basicamente, com a realidade aumentada o usuário não necessita ser separado das sensações provenientes do mundo real (exterior) e, por sua vez, não há o porquê de recriar um mundo isolado [FILATRO 2018].

A intenção é realizar um avanço na compreensão instantânea do mundo ao redor, inserindo informações reduzidas, relevantes e objetivas (diretas), possibilitando a maior interação e gerando, muitas vezes, execução de tarefas. Desta forma, a realidade aumentada acrescenta aos ambientes físicos reais os objetos virtuais [Tori, Kirner e Siscouto 2006].

Portanto, pode-se afirmar que a realidade aumentada possibilita uma junção de um mundo real com um mundo virtual, de forma que tenham um relacionamento simultâneo, trabalhando os sentidos humanos, através da imersão, possibilitando que diversas formas de mídias (textos, imagens, objetos virtuais, entre outras) sejam utilizadas para causar esse efeito.

Não menos importante, a manipulação de objetos tem seu papel crucial dentro da aprendizagem dos sólidos na geometria. Para agregar ao aspecto visual, manipular os

sólidos através da rotação, mudando de perspectiva e, inclusive, transitar pelas suas construções geométricas, saindo do aspecto bidimensional (planos) ao tridimensional (sólidos), faz-se necessário. Além disso, a visualização na RA imerge o aluno no contexto criado, proporcionando maior análise do conteúdo em relação ao seu cotidiano.

Alguns trabalhos interessantes podem ser citados, ao analisar o grande potencial da Realidade Aumentada no mundo dos negócios e também do ensino, muitas pesquisas relacionadas ao contexto da educação foram e estão sendo produzidas no meio acadêmico. Podemos citar, como primeiro exemplo, o software *GeoTransform3D*, que tem como objetivo principal favorecer os processos de ensino dos conteúdos de Geometria, tanto plana, quanto espacial, através das visualizações dos sólidos e de suas transformações geométricas [Carvalho e Barbosa 2017].

Outra pesquisa interessante no âmbito da Realidade Aumentada é referente ao *Mobile-Learning*, que foi desenvolvida por Resende e Müller (2018) e tem o objetivo central no estudo de mapas de contorno e geometria espacial, utilizando marcadores chamados *Vumark1* para gerar os objetos virtuais.

Pode-se perceber que existem trabalhos focados para a melhoria da visualização, que é a fase inicial, conforme já citado neste trabalho, do Modelo de Van Hiele para a sólida construção do pensamento geométrico e o entendimento do conteúdo de geometria espacial.

Ao verificar o potencial da Realidade Aumentada em diminuir a dificuldade dos alunos em visualizar os objetos tridimensionais, em sala de aula, o autor deste trabalho, baseado nos conteúdos abordados nas pesquisas de Rodrigues (2011), Carvalho (2011), Bortolossi (2009), Tori e Hounsell (2019), montou um quadro resumo (tabela 3.3.1), relacionando as formas de comunicação dos conteúdos referentes aos sólidos geométricos com suas capacidades de visualização e interação:

Tabela 3.3.1. Quadro Resumo da Relação das mídias de comunicação dos conteúdos relacionados aos Sólidos Geométricos

Aspectos Analisados	Categorias analisadas	Realidade Aumentada gerando objetos virtuais em 3D	Caixas ou Maquetes de Papelão ou Isopor gerando objetos reais em 3D	Desenho 2D no papel ou lousa
Visualização	Dimensões	3 dimensões	3 dimensões	2 dimensões
	Movimentação	360°	360°	Sem movimentação
	Apoio para manter posicionamento	Não necessário	Possível necessidade	Imagem fixa
	Elementos do Poliedro	Completa	Completa	Parcial
	Girar	Sim	Sim	Não
	Planificar	Sim, com transição de 2D para 3D (vice-versa) sem limitações	Sim, porém com limitações de tipo e resistência de material, com número finito de transições	Somente com um novo desenho em separado ao sólido geométrico existente
	Coordenação Motora	Não determinante na manipulação.	Determinante na construção lúdica	Determinante na construção lúdica

Interação e Aspectos Motores	Criatividade e Habilidade	Não necessária para a construção do sólido geométrico	É necessária para construção do sólido real	É necessária para o desenho do sólido geométrico
	Limitações	Maior autonomia nas ações visuais e motoras (comando de voz e descrição sonora)	Menor autonomia - Necessita de outra pessoa	Menor autonomia - Necessária outra pessoa

4. O Design de Conteúdo Educacional - O Modelo ADDIE

O modelo ADDIE é um dos mais utilizados e mais robustos para a criação de um design de conteúdo educacional completo e sólido [FILATRO 2017]. Ele é utilizado para o planejamento e desenvolvimento das atividades de ensino-aprendizagem com coerência e de forma sistemática [FILATRO 2017]. Por essas características, ele foi escolhido para ser utilizado na criação do conteúdo educacional aos alunos do ensino fundamental II. Este trabalho se baseia em suas cinco etapas, descritas abaixo:

1. **Análise:** Utilizada para identificar e conhecer melhor as necessidades de aprendizagem, caracterizar o público-alvo e levantar as potencialidades e restrições do projeto;
2. **Design:** É a fase que ocorre o planejamento mais detalhado da solução, levando em conta as unidades de estudo e seus aspectos relacionados aos objetivos, papéis, atividades, duração, conteúdos, ferramentas e avaliação;
3. **Desenvolvimento:** É a fase utilizada para a produção e elaboração de cada elemento, levando em consideração a redação, reprodução e publicação dos conteúdos;
4. **Implementação:** É a fase que aborda as interações dos alunos com o conteúdo, com as ferramentas e com as pessoas envolvidas; e
5. **Evaluation (Avaliação):** É a fase final do processo e é destinada para avaliar a aprendizagem dos alunos e também da efetividade da solução educacional.

4.1 Fase de Análise

Dentro da proposta do trabalho, na fase de análise, são levados em conta objetivos educacionais, características do público-alvo e as restrições institucionais.

Os objetivos educacionais baseados na BNCC (2017) são:

1. Diferenciar os poliedros entre si;
2. Identificar poliedros convexos e não convexos;
3. Identificar elementos de um poliedro como: arestas, vértices e faces;
4. Deduzir e compreender a relação de Euler;
5. Compreender a construção de poliedros a partir de algumas planificações; e
6. Ampliar o nível de pensamento geométrico chamado visualização, com a finalidade de prosseguir para os próximos níveis.

Já em relação ao público-alvo, algumas características devem ser consideradas:

1. Estudantes do ensino fundamental II (6º/7º anos);
2. Entende-se que nessa faixa etária já tenha conhecimento básico no manuseio da tecnologia mobile e que já esteja incluído, basicamente, na cultura digital;

3. Entende-se que o aluno tenha conhecimento prévio em geometria plana; e
Por fim, as restrições institucionais seguem as seguintes preocupações:
 1. Os alunos deverão ter seu *smartphone* próprio, caso contrário a escola deverá providenciar aparelhos devidamente configurados e com os aplicativos MatemáticaAR (Lions Studios) instalados para a utilização;
 2. A escola deverá adquirir um conjunto de livros didáticos com marcadores AR-CODE, da empresa Lions Studios, para a utilização em conjunto com o aplicativo que é gratuito;
 3. A escola deverá ter acesso a internet para downloads dos aplicativos, caso o aluno não consiga realizar essa ação em casa por qualquer motivo;
 4. A “fluência digital” dos participantes deverá ser básica como, por exemplo, saber realizar o *download* e acessar o aplicativo, com o intuito de operar o MatemáticaAR;
 5. O professor e a equipe de apoio deverão receber treinamento prévio sobre o aplicativo, o material didático e também noções básicas sobre a utilização da Realidade Aumentada; e
 6. Período base de aplicação do conteúdo é o 2º Bimestre nas escolas públicas ou particulares.

Já de acordo com as potencialidades que são encontradas na abordagem proposta, pode-se dizer que:

1. a possibilidade de maior retenção e do interesse em relação ao conteúdo;
2. a possibilidade de maior participação do aluno no processo de ensino-aprendizagem;
3. potencializar o pensamento geométrico, no nível de visualização, para um melhor progresso desse educando durante toda a fase de ensino-aprendizagem; e
4. a imersão do aluno através da visualização, da possibilidade de interação com o sólido virtual, possibilitando maiores movimentos com liberdade e sem restrições físicas, motoras ou de ambiente, bem como aumentar a inserção do conteúdo no cotidiano desse educando.

4.2 Fase de Design

Seguindo as etapas do modelo ADDIE, nessa fase é utilizada a Matriz de Design Instrucional para um planejamento mais apurado do processo de ensino-aprendizagem, pois o detalhamento que ela oferece é de suma importância para a correta comunicação das tarefas e recursos do design para todos os envolvidos na sua utilização [FILATRO 2017] (tabela 4.2.1):

Tabela 4.2.1 Matriz de Design Instrucional

Unidades	A	B	C	D	E	F	G
Didáticas	Objetivos	Papéis	Atividades	Duração	Conteúdos	Ferramentas	Avaliação

Unidade de Estudo 1: Apresentação de Poliedros - Etapa de Visualização

Unidade Didática 1.1a - Procedimentos Iniciais para Aprendizagem sobre Poliedros

A - Objetivos Educacionais

- Identificar os poliedros no cotidiano; e
- Diferenciar os poliedros entre si.

B - Papéis

- Alunos utilizando o aplicativo MatemáticaAR para aprendizagem sobre poliedros;
- Professores conduzindo o processo de ensino-aprendizagem; e
- Sem equipe de apoio, inicialmente.

C - Atividades**Professor**

- Abordar alguns aspectos importantes sobre geometria plana para a preparação prévia dos alunos, pois é requisito para a aprendizagem sobre poliedros;
- Introduzir a definição básica sobre poliedros dando um contexto dentro do cotidiano humano, apresentando exemplos reais de objetos e suas formas;
- Conduzir os alunos na utilização do aplicativo proposto com um tutorial rápido sobre ele;
- Conduzir a visualização inicial dos poliedros, no aplicativo, utilizando os marcadores que se encontram nas páginas 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26 e 28 do material didático proposto através da visualização e manuseio do aplicativo. Durante o manuseio dos alunos, em conjunto com o professor, discutir sobre alguns aspectos de cada poliedro;
- Avaliar os alunos através de dinâmicas, trabalhos ou questionários relacionados aos tópicos abordados.

Alunos

- Ouvir atentamente as explicações do professor sobre os assuntos propostos.

D - Duração

- Uma aula com duração de 50 minutos.

E - Conteúdos

- Geometria Plana (Relembração); e
- Sólidos geométricos e suas definições iniciais (Poliedros).

F - Ferramentas

- Papel e caneta para anotações durante a aula;
- Lousa como apoio, caso o professor necessite;
- Smartphones com os aplicativos MatemáticaAR instalados corretamente; e
- Livro didático.

G - Avaliação

- Realizada após a aula com dinâmicas, trabalhos ou questionários a serem definidos pelo professor.

Unidade Didática 1.1b - Definição, Compreensão da Construção dos poliedros e Relação de Euler

A - Objetivos Educacionais

- Identificar elementos de um poliedro como: arestas, vértices e faces;
- Deduzir e compreender a Relação de Euler.
- Compreender a construção de poliedros através de algumas planificações;
- Conhecer os poliedros de Platão; e
- Identificar poliedros convexos e não convexos.

B - Papéis

- **Idêntico ao abordado na Unidade Didática 1.1**

C - Atividades

- Abordar os elementos dos poliedros de forma teórica: arestas, faces e vértices;
- Mostrar aos alunos o que são arestas, faces e vértices através do aplicativo MatemáticaAR;
- Mostrar como deduzir a Relação de Euler dos poliedros ($Faces + Vértices - Arestas = 2$);
- Conduzir a visualização dos poliedros, no aplicativo, utilizando os marcadores que se encontram nas páginas 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26 e 28 do material didático proposto, com análise e verificação das planificações formadas por cada sólido geométrico. Durante o manuseio dos alunos, em conjunto com o professor, discutir sobre alguns aspectos de cada poliedro; e
- Avaliar os alunos através de dinâmicas, trabalhos ou questionários relacionados aos tópicos abordados.

Alunos

- **Idêntico ao abordado na Unidade Didática 1.1**

D - Duração

- Duas aulas com duração de 50 minutos.

E - Conteúdos

- Construção de sólidos geométricos (Planificação dos Poliedros); e
- Poliedros e suas definições, diferenças, relações (Relação de Euler) e seus elementos que os compõem.

F - Ferramentas

- Papel e caneta para anotações durante a aula;
- Lousa como apoio, caso o professor necessite;
- Smartphones com os aplicativos MatemáticaAR instalados corretamente;
- Livro didático.

G - Avaliação

- Realizada após a aula com dinâmicas, trabalhos ou questionários a serem definidos pelo professor.

4.2.1 O aplicativo MatemáticaAR como Ferramenta no Design de Conteúdo Educacional

O aplicativo MatemáticaAR foi desenvolvido pela empresa Lions Studios e é utilizado para gerar o ambiente de Realidade Aumentada para o processo de ensino-aprendizagem de diversos tópicos dentro da matemática. Ele utiliza imagens características do conteúdo abordado como marcadores (chamado *AR-CODE*). Ele apresenta requisitos mínimos para utilização, conforme mostra a tabela 4.2.1.1:

Tabela 4.2.1.1 Requisitos Mínimos Aplicativo MatemáticaAR

Requisitos Mínimos do Aplicativo MatemáticaAR			
Memória	Processador	Armazenamento	Versão do Sistema
1GB de RAM	1.3 GHZ	150MB	6.0 (Android) 9.0 (IOS)

A forma de se operar o aplicativo é bem simples e é dividida em 3 passos (imagem 4.2.1.1):

1. Baixe o aplicativo na *play store* ou *app store*;
2. Abra o aplicativo e o livro didático (Matemática - Ano 2020 - Realidade Aumentada da Editora Era, adquirido no site da produtora de conteúdo);
3. Aponte a câmera para o *AR-CODE* do livro. Espere gerar a imagem em 3D e pronto.



Figura 4.2.1.1 Aplicativo MatemáticaAR projetando uma imagem 3D em um ambiente real - Realidade Aumentada)

A escolha deste aplicativo foi baseada nas suas funcionalidades que facilitam a visualização dos poliedros pelos alunos, por meio de rotações em 360°, além de ofertar a decomposição desses sólidos em imagens planas, mostrando as suas construções geométricas. Além disso, sua fácil utilização através de marcadores permite aos alunos navegarem rapidamente por todos os sólidos ofertados na apostila que acompanha o produto.

Com o MatemáticaAR, o aluno poderá navegar por todo conteúdo relacionado aos sólidos geométricos, previsto na BNCC (2017), o qual ele terá total liberdade para

realizar os movimentos que achar necessário para sua melhor visualização e, assim, potencializar a construção do pensamento geométrico de forma sólida e efetiva.

4.3 Fase de Desenvolvimento

Essa fase, segundo Filatro (2017), é destinada para:

- Redigir os textos para os elementos previstos na matriz de design instrucional: os conteúdos, as atividades, os instrumentos de avaliação, os roteiros de estudo;
- Encomendar e produzir as imagens estáticas (fotos, ilustrações) e dinâmicas (vídeos);
- Sincronizar todos os elementos produzidos; e
- Publicar nas plataformas digitais ou reproduzir para distribuição.

Desta forma, esta proposta apresenta algumas soluções computacional e didática já desenvolvidas ao processo de ensino-aprendizagem como:

1. O aplicativo MatemáticaAR, conforme abordado na seção 4.2.1 e que apresenta as seguintes funcionalidades:
 - Abrir;
 - Utilizar o botão de rotação, que permite ao aluno realizar o movimento do sólido geométrico em todas as direções de forma tridimensional (figura 4.3.1).



Figura 4.3.1 Botão de rotação - Aplicativo MatemáticaAR

- Utilizar o botão de planificação para decompor em planos os objetos com o intuito de verificar sua construção geométrica (figura 4.3.2).

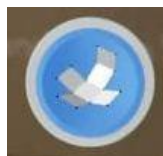


Figura 4.3.2 Botão de planificação - Aplicativo MatemáticaAR

- Utilizar o aplicativo MatemáticaAR em conjunto com o marcador *AR-CODE* do material didático para gerar a imagem virtual do sólido geométrico (figura 4.3.3).



Figura 4.3.3. Imagem virtual gerada com a interação câmera e marcador *AR-CODE* - Aplicativo MatemáticaAR

2. O livro Matemática - Ano 2020 - Realidade Aumentada da Editora Era, adquirido no site da produtora de conteúdo que apresenta marcadores *AR CODE* que se encontram nas páginas, conforme imagens 4.3.4 e 4.3.5 abaixo:



Figura 4.3.4. Imagens virtuais dos poliedros gerados com a interação câmera e marcador *AR-CODE* - Aplicativo MatemáticaAR



Figura 4.3.5. Imagens virtuais das planificações geradas com a interação câmera e marcador *AR-CODE* - Aplicativo MatemáticaAR

Por fim, como sugestão, o conteudista ou professor poderá desenvolver para distribuição e utilização em sala de aula uma apostila didática com textos, imagens e exercícios, conforme os assuntos que serão citados na próxima seção 4.4.

4.4. Implementação

Conforme Filatro (2017), a implementação é, basicamente, a aplicabilidade didática propriamente dita, ou seja, quando ocorre a aplicação da proposta de design. A fase de implementação pode ser dividida em duas etapas importantes: publicação e execução.

Como sugestão para publicação do design, pode-se utilizar a distribuição de um material didático teórico (em formato de apostila) abrangendo as Unidades didáticas 1.1a e 1.1b referentes à Unidade de Estudo 1, citadas anteriormente no Tópico 4.3 deste trabalho, juntamente com o livro Matemática - Realidade Aumentada [STUDIOS 2020].

A publicação será dividida pelas Unidades didáticas apresentando os seguintes tópicos:

1. Unidade Didática 1.1a - Apostila didática, livro “Matemática - Realidade Aumentada” e aplicativo MatemáticaAR:
 - Ponto, Reta, Segmento de Reta;
 - Planificação, Ângulos, Área;
 - Perímetro, Formas de Geometria Plana (triângulo, quadrado, círculo, retângulo e trapézio)
2. Unidade Didática 1.1b - Apostila didática, livro “Matemática - Realidade Aumentada” e aplicativo MatemáticaAR:
 - Objetos em formatos de poliedro;
 - Diferença entre poliedros;
 - Elementos dos poliedros;
 - Poliedros Convexos e Não Convexos;
 - Características dos poliedros (paralelepípedo, cubo, octaedro, dodecaedro, icosaedro, tetraedro, pirâmides e troncos).

Tanto na unidade didática 1.1a, quanto a 1.1b, a apostila também poderá apresentar como conteúdo textos explicativos, imagens planas e imagens extraídas de exemplos do aplicativo MatemáticaAR, incluindo o exercício de visualização por parte do aluno em relação a estas figuras, fechando com exercícios propostos.

Como sugestão, a apostila didática poderá ser produzida pela própria escola como material de apoio ao conteúdo didático a ser ofertado para os alunos.

A publicação do conteúdo poderá ser realizada em sala de aula, pelo professor, o qual conduzirá, através dela, a execução das atividades.

Por fim, a execução poderá ser feita através de exemplos, figuras planas comparadas com as figuras tridimensionais do aplicativo MatemáticaAR, exercícios didáticos, jogos didáticos, dinâmicas, entre outras atividades, com a colaboração dos alunos, divididos ou não em grupos, de forma que estimule a ampla visualização do aluno e que ele possa evoluir no pensamento geométrico.

4.5. Avaliação

Conforme Filatro (2017), a avaliação é uma etapa importante para rever cada fase do método ADDIE e realizar uma análise mais apurada da eficácia do design proposto, de forma somativa ou averiguativa, permitindo verificar se o conteúdo ofertado está adequado a proposta de ensino-aprendizagem.

4.5.1. Avaliação de Aprendizado

A avaliação de aprendizado, como sugestão, poderá ocorrer de 2 formas:

1. **Individual** (Dividida em 3 momentos)
 - **Momento 1:** Durante a aplicação dos trabalhos, jogos didáticos, dinâmicas ou qualquer outra atividade, em grupo ou não. Nesse caso a avaliação pode ser quantitativa, através de nota ao fim da atividade, quanto qualitativa por percepção do docente. Nesse momento o aprendizado do aluno está em avaliação;
 - **Momento 2:** Durante o processo de avaliação através da prova bimestral, a qual não foi abordada no processo de design e nem de desenvolvimento, porém, por ser obrigatória nas escolas públicas e particulares, ocorre para medir o nível de aprendizado e retenção dos alunos perante diversos tópicos da matemática, incluindo o foco deste trabalho que é o ensino sobre poliedros.
2. **Em grupo**

Através da média total da sala em relação ao conteúdo aplicado através da realidade aumentada em comparação com uma sala que não utilizaria a realidade aumentada como ferramenta.

4.5.2. Avaliação do Design Proposto

A avaliação do design proposto, como sugestão, poderá ocorrer da seguinte forma:

Pelo método de questionário, através de um conjunto de perguntas aos alunos dentro de um estudo de caso. Como exemplos de perguntas, pode-se sugerir:

1. Achou mais fácil ou mais difícil aprender o conteúdo de poliedros apresentado de forma tridimensional no aplicativo de realidade aumentada?;
2. Foi mais fácil ou mais difícil visualizar os sólidos geométricos através do aplicativo de realidade aumentada em comparação com os desenhos na lousa ou folha de papel?;
3. Você ficou curioso, sim ou não, com o conteúdo apresentado em forma de realidade aumentada?;
4. Você achou mais divertido ou enfadonho o conteúdo apresentado em forma de realidade aumentada? ;
5. dentre outras perguntas.

Desta forma pode-se avaliar, graficamente, o grau de satisfação do aluno perante a maneira que o conteúdo fora apresentado, criando comparações através de medições quantitativas.

5. Conclusão

Este trabalho sugeriu, na prática, a possibilidade da utilização da realidade aumentada na contribuição do avanço do pensamento geométrico dos alunos do Ensino Fundamental II, para alcançarem seus objetivos pedagógicos na aprendizagem do conteúdo referente aos poliedros (sólidos geométricos). A metodologia utilizada, contemplou desde a etapa de análise até a etapa de design, deixando como sugestão as fases de desenvolvimento, implementação e, por fim, avaliação.

Percebeu-se que utilizar a RA para visualização oferece uma maior versatilidade para os estudantes construírem seus pensamentos geométricos e, assim, solidificar o aprendizado em relação aos sólidos geométricos. Isso é abordado por Tori e Hounsell (2019) em contrapartida das necessidades observadas por Rodrigues (2011), Carvalho (2011) e Bortolossi (2009) em suas pesquisas.

A proposta de utilização do modelo ADDIE se mostrou adequada para o design educacional deste trabalho por ser uma metodologia robusta e bem completa para apresentar todas as características de um conteúdo educacional, desde a apresentação das necessidades e objetivos educacionais até a avaliação propriamente dita, conforme aborda Filatro (2017).

Sobre trabalhos futuros, o autor tem como objetivo inicial colocar em prática a implementação e o desenvolvimento do design proposto em uma escola, para gerar dados suficientes com o intuito de avaliar a efetividade da realidade aumentada no ensino de poliedros. Partindo destes resultados, o autor pretende avançar nos conteúdos de sólidos geométricos propondo um novo design para o cumprimento dos objetivos pedagógicos no ensino médio, adotando o mesmo aplicativo.

Para o autor do trabalho foi muito importante pesquisar sobre o pensamento geométrico e percebeu-se o quanto ele é importante na construção do conhecimento, conforme abordado por NASSER (1992) sobre o Modelo de Van Hiele. Além disso, foi um desafio gratificante participar de consultas com especialistas na área para coletar informações e ideais para a construção do design educacional, tendo em vista o autor ser da área da Ciência da Computação.

Também foi possível vislumbrar o quanto será importante a participação de todos os envolvidos citados nas fases de análise e design, trabalhando em conjunto e de forma efetiva para que o objeto de aprendizagem cumpra seu papel pedagógico por meio da tecnologia, no momento que as fases de implementação, desenvolvimento e avaliação forem contempladas. Assim sendo, o autor entende que se todos estiverem trabalhando em conjunto onde cada um dos envolvidos contribui com seu expertise, técnicas e habilidades, possivelmente o resultado final será a conversão do conteúdo em aprendizagem, no momento que utilizarem o aplicativo MatemáticaAR.

A sugestão da etapa de avaliação visou contemplar de forma válida aspectos importantes como a usabilidade, assimilação de conteúdos e, também, o bem estar do aluno ao utilizar as ferramentas em conjunto com o material didático. Acredita-se que esta primeira avaliação sirva como parâmetro de entrada para a continuidade dos trabalhos considerando uma amostragem significativa no estudo de caso a ser desenvolvido pelo docente, como foi sugerido.

A maior dificuldade encontrada foi a de adaptação do autor em uma área de docência, o qual já exerceu, porém de forma não oficial. É uma paixão do autor e por isso o mesmo aceitou o desafio de aprofundar os seus conhecimentos em relação ao processo de ensino-aprendizagem.

Ao apresentar os fatores motivadores da criação deste trabalho, o autor percebeu o potencial da tecnologia na transmissão da informação e na comunicação.

Ao unir, através da Realidade Aumentada (RA), por meio de um ambiente imersivo, a tecnologia com a educação, o autor percebeu que as possibilidades de acesso ao conteúdo são claras e consistentes.

Desta forma, conclui-se que o design educacional apresentado veio como proposta para diversificar a forma de ensino e democratizar o acesso ao conteúdo sem as amarras criadas por questões motoras e de habilidade, de percepção visual e de entendimento do conteúdo, dentro da sala de aula, de uma forma diferente, utilizando a RA.

Referências

ANDERSON, L. W. et. al. A taxonomy for learning, teaching and assessing: a revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives. Nova York: Addison Wesley Longman, 2001. 336 p.

ANDRION, Roseli. Realidade Aumentada: Você sabe o que é?. <https://olhardigital.com.br/noticia/realidade-aumentada-voce-sabe-o-que-e/87467>, acesso em dia 19 de maio de 2020.

BARBOSA, Jorge William Sandora e Carlos Vitor de Alencar Carvalho: GEOTRANSFORM3D: OBJETO COMPUTACIONAL EM REALIDADE AUMENTADA PARA APOIO AO ENSINO DA MATEMÁTICA – UniGranRio. <http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/view/4413f>, acesso em dia 19 de maio de 2020.

BRASIL, Secretaria da Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL, Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC/SEF, 2017.

CARVALHO, Flávio de Paula Soares. Ensino e aprendizagem de conteúdos de geometria espacial em um ambiente dinâmico e interativo. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), Universidade Federal de Goiás, Goiânia (GO), 2011.

BORTOLOSSI, H. J. Os sólidos platônicos – Matemática: geometria. Disponível em: <http://www.cdme.im-uff.mat.br/platonicos/platonicos-html/solidos-platonicos-br.html>- Acessado em 08 de maio de 2020.

CETIC.BR. Centro Regional de Estudos para o Desenvolvimento da Sociedade da Informação: Portal de Dados, c2017. Página inicial. Disponível em:

http://data.cetic.br/cetic/explore?idPesquisa=TIC_EDU&idUnidadeAnalise=Aluno&ano=2017. Acesso em: 23 de mai. de 2020.

FELDER, R. M., BRENT, R. Understanding Student Differences. *Journal of Engineering Education*, v. 94, n. 1, p. 57-72, 2005

FILATRO, Andrea - DESIGN DE CONTEÚDOS EDUCACIONAIS PARA EAD - Portal Educação. <http://www.portaleducacao.com.br> acesso em dia 19 de julho de 2020.

FILATRO, Andrea - METODOLOGIAS INOV-ATIVAS - Editora Saraiva Uni - 2018 - 1ª Edição

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia: Saberes necessário à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

HOUNSELL, Marcelo da Silva, Romero Tori e Claudio Kirner . *Introdução a Realidade Virtual e Aumentada*. Capítulo 2 - Realidade Aumentada Porto Alegre: SBC, 2019.

INSLEY, Seth. Obstacles to general purpose augmented reality. ECE 399H, Information Security & Cryptography, Oregon, EUA, 2003.

ILSQ - Index of Learning Styles Questionnaire, Disponível em: <https://www.engr.ncsu.edu/learningstyles/ilsweb.html>. Acesso em setembro de 2020

KIRNER, Claudio; TORI, Romero. *Fundamentos de Realidade Aumentada*. In: TORI, Romero;

KIRNER, Claudio; SISCOOTTO, Robson Augusto. *Fundamentos e tecnologia de realidade virtual e aumentada*. Editora SBC, 2006.

LEAL, Flavimiltom; *As Dificuldades do Ensino e Aprendizagem no Ensino Fundamental I* - <https://monografias.brasilecola.uol.com.br/pedagogia/as-dificuldades-ensino-aprendizagem-no-ensino-fundamental-i.htm>, acesso em 20 de agosto de 2020.

LORENZATO, Sergio. *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. 3. Ed - campinas, SP: autores associados 2010.

MACEDO, Alex de Cassio, João Assumpção da Silva e Tiago Martinuzzi Buriol: *Usando Smartphone e Realidade aumentada para estudar Geometria espacial* UFRGS. <https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/70688>, acesso em dia 19 de maio de 2020.

MAIA, Lícia de Souza Leão: *MATEMÁTICA REALIDADE CONCRETA X MATEMÁTICA ABSTRATA: MITO OU Realidade?* - Mestrado em Educação – UFPE. http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/matematica_concreta.pdf, acesso em dia 19 de maio de 2020.

MOREIRA, Luiz Paulo: *O que é um Poliedro* - <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-poliedro.htm> acesso em 20 de julho de 2020.

NASCIMENTO, Anelise Monteiro do. *A infância na escola e na vida: uma relação fundamental*. In: Ministério da Educação Secretaria de Educação Básica- Ensino Fundamental de Nove Anos. *Orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade*. 2.ed. Brasília – 2007. Leograf – Gráfica e Editora Ltda.

NASSER, L. Níveis de van Hiele: uma explicação definitiva para as dificuldades em geometria? *Boletim do GEPEM*. Rio de Janeiro. Nº 29, pp.33-38, 1992.

OLIVEIRA, Liliane Prestes: *AS DIFICULDADES DOS ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA - Especialização em Ensino de Ciências* – UTFPR. http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/2600/1/MD_ENSCIE_III_2012_47.pdf, acesso em dia 20 de maio de 2020.

PIAGET, J. *A psicologia*. 2. Ed. Lisboa: Livraria Bertrand, 1973.

PORVIR. *Inovações em Educação: Educação vai puxar crescimento de realidade virtual e realidade aumentada*. Página inicial. Disponível em:

<https://porvir.org/educacao-vai-puxar-crescimento-de-realidade-virtual-e-realidade-aumentada/> Acesso em: 25 de julho de 2020.

QEDU. Fundação Lemann: Aprendizado dos alunos no Brasil, c2017. Página inicial. Disponível em: <https://qedu.org.br/brasil/aprendizado>. Acesso em: 25 de mai. de 2020.

RESENDE, Bruno e Thaísa Jacintho Müller: Mobile-learning: aprendizagem matemática por meio de realidade aumentada IFRS. <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/tear/article/view/3187>, acesso em dia 19 de maio de 2020.

RIGONATTO, Marcelo. Matemática Viva. <https://educador.brasilecola.uol.com.br/trabalho-docente/matematica-viva.htm>, acesso em dia 19 de maio de 2020.

RODRIGUES, Georges Cherry. Introdução ao estudo de geometria espacial pelos caminhos da arte e por meio de recursos computacionais. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Centro de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau (SC), 2011.

SÁ, Ricardo Antunes de. Gazeta do Povo. A Educação do Século XXI e o novo papel do professor. Matéria de Marcela Mendes Disponível em: <https://www.gazetadopovo.com.br/gpbc/ler-e-pensar/a-educacao-do-seculo-xxi-e-o-novo-papel-do-professor-bjeqvh85366s8xsetq1ionzmd/>. Acesso em: 25 de julho de 2020.

STUDIOS, Lions - Matemática – Realidade Aumentada (Editora Era)

TORI, Romero. Introdução a Realidade Virtual e Aumentada. Porto Alegre: SBC, 2019

TORI, Romero; KIRNER, Cláudio; SISCOUTO, Robson. Fundamento e Tecnologia de Realidade Virtual e Aumentada: Livro do Pré Simpósio - VIII Symposium on Virtual Reality, Belém-PA - 2006